

АСТРОНОМИЯ, 10-Й КЛАСС
22 ноября 2025: домашняя работа

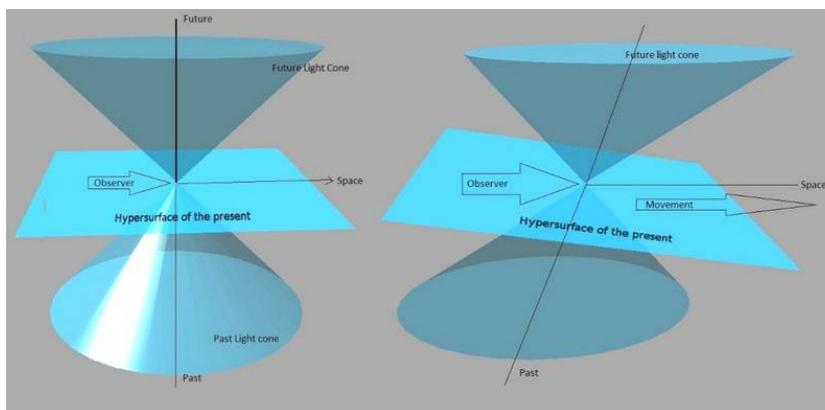
Задача 1. Определение: двойное отношение –

$$(AB, CD) = \frac{(c - a)}{(c - b)} \bigg/ \frac{(d - a)}{(d - b)}$$

характеристика четвёрки различных точек A, B, C, D , лежащих на одной (одномерной) прямой¹; a, b, c, d – (евклидовы) координаты этих точек вдоль прямой, отсчитанные от произвольно выбранного начала отсчёта.

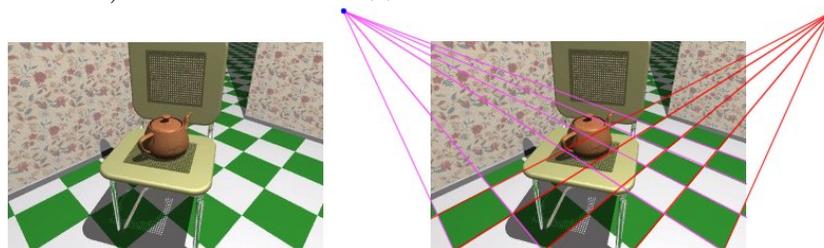
Вопросы (доказательства, конечно, должны иметь место быть):

- (совсем простой, но тем не менее) корректно ли определение (AB, CD) ?
- сохраняется ли (AB, CD) при неоднородном растяжении осей координат пространства: $(x_1, \dots, x_n) \rightarrow (k_1 x_1, \dots, k_n x_n), \forall i, k_i \neq 0$?
- сохраняется ли (AB, CD) при обычных преобразованиях пространства, допустимых в «стандартной» плоской геометрии (плоскости, трёхмерного пространства, ...)? Кстати, как обобщить понятие «обычные преобразования в плоской геометрии» на евклидово пространство любой конечной размерности?



Задача 2. Можете ли вы упомянутыми в первой задаче преобразованиями (их, то есть, некоторой композицией) перевести треугольник, лежащий в любой двумерной плоскости α вашего пространства, в равносторонний треугольник, лежащий на образе α при этом преобразовании? Корректно ли поставлен вопрос задачи: переходит ли (двумерная) плоскость в плоскость? Можете ли вы доказать теоремы Чевы и Менелая, используя уже (надеюсь) полученные ответы? Почему $\forall i, k_i \neq 0$: это важно?

Задача 3. Вы, быть может, уже догадались, что в двойном отношении пока совершенно неясно, почему оно именно двойное-то: для происходившего до этих пор, видимо, хватало просто отношения (или нет)? Есть какие-то идеи?



¹Эта прямая может лежать внутри евклидова пространства любой размерности (или быть им).