Самостоятельная работа 17.10.2025: $\mathbb{S}^2$, самолёт и все-все-все

Задача #1 На сфере радиуса R даны три точки с координатами (θ_1, ϕ_1), (θ_2, ϕ_2), (θ_3, ϕ_3); они попарно соединены геодезическими – дугами больших окружностей, образуя (не большими из отрезков этих окружностей) сферический треугольник. Найти его периметр как функцию координат точек в случае отсутствия вырождения.

Задача #2 Вычислить периметр в следующих частных случаях предыдущей задачи:

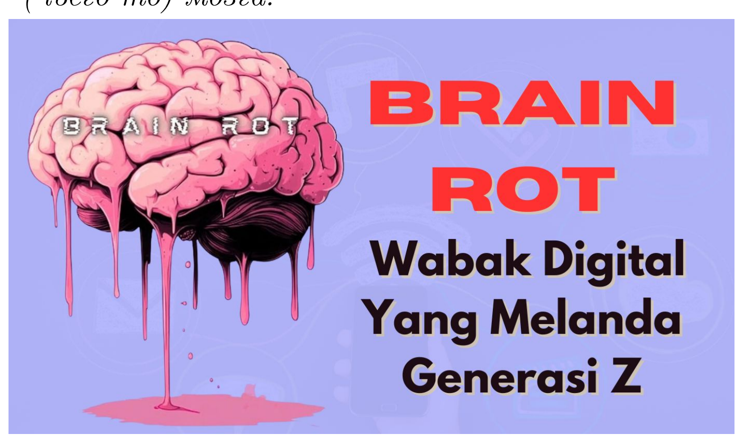
- $\theta_1 = \phi_1 = 0$ («северный полюс»); $\theta_2 = \theta_3 = \pi/2, \phi_2 = 0, \phi_3 = \pi/2$ (пара точек на экваторе). Сравнить с очевидным ответом, найдя его без долгих вычислений.
- $(\theta_1 = 0, \phi_1 = \pi/137)$, $(\theta_2 = \pi/3, \phi_2 = \pi/6)$, $(\theta_3 = \pi/4, \phi_3 = \pi/3)$. Проверить очевидную часть ответа, отыскав её.

Задача #3 Самолёт летит (стараясь не слишком отклоняться от геодезической) по двум маршрутам, подсмотренным в предыдущей задаче:

- $(\pi/2, \pi/6) \Rightarrow (\pi/2, \pi/3)$ (вдоль экватора);
- $(\pi/3, \pi/6) \Rightarrow (\pi/4, \pi/3)$ (не вдоль экватора).

Какой путь (т.е. длина траектории самолёта) длиннее? Оцените относительную точность, с которой вы сможете вычислить длину каждого из путей, если самолёт летит над поверхностью Земли с обычными параметрами полёта и старается потратить на взлёт/посадку да последующий выход на крейсерский режим полёта минимальное количество всего на свете. Высоту крейсерского полёта считайте постоянной, условия взлёта/посадки идеальные: от летящих в самолёт ракет уклоняться не нужно, ибо они сделаны из вещества, не взаимодействующего с самолётом вообще.

Achtung!: использование калькулятора опасно для вашего здоровья, ибо ведёт к деградации (чьего-то) мозга.



И, поэтому, запрещено ;|

Plate III.

Fig. I.

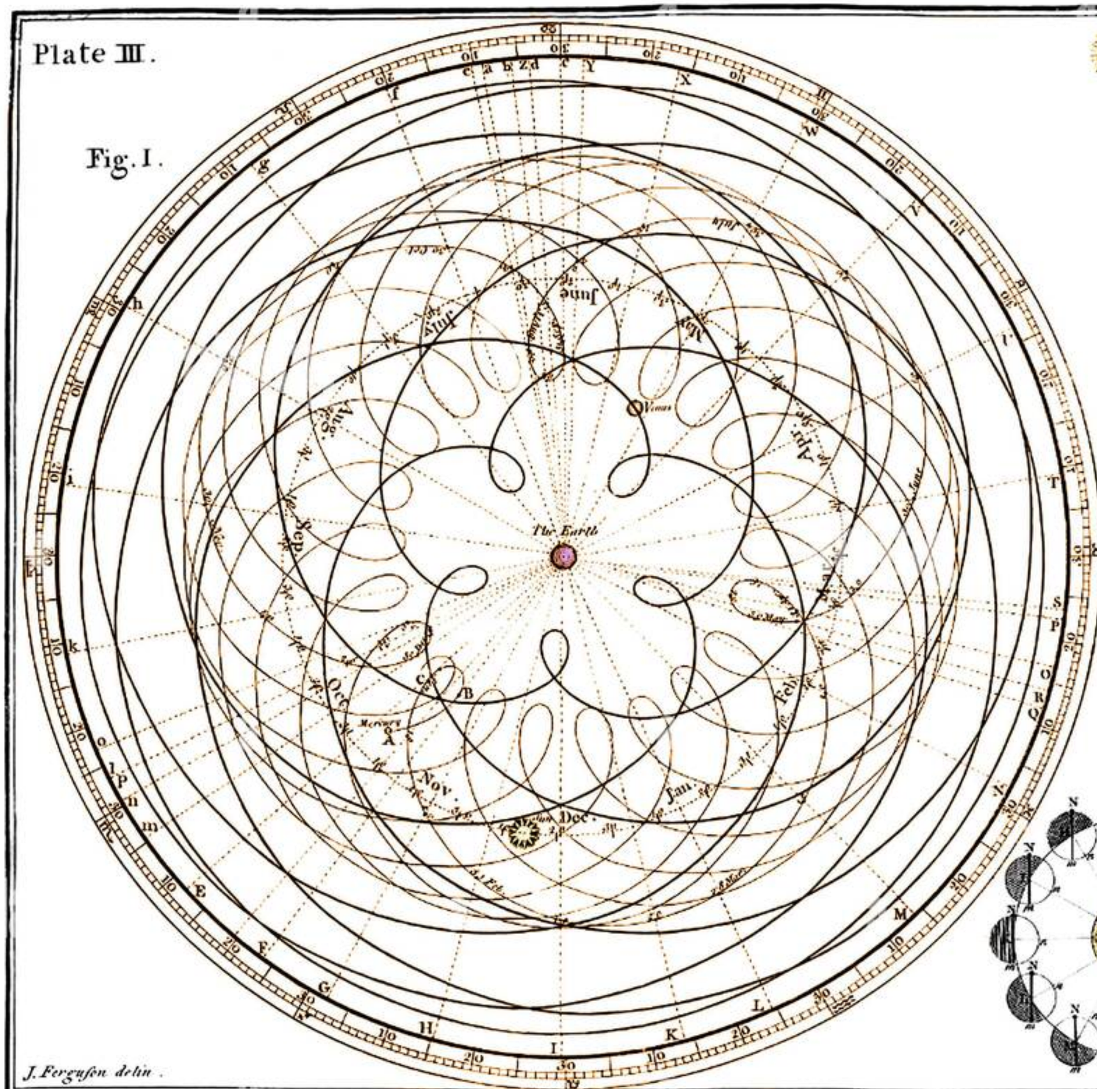


Fig. II.

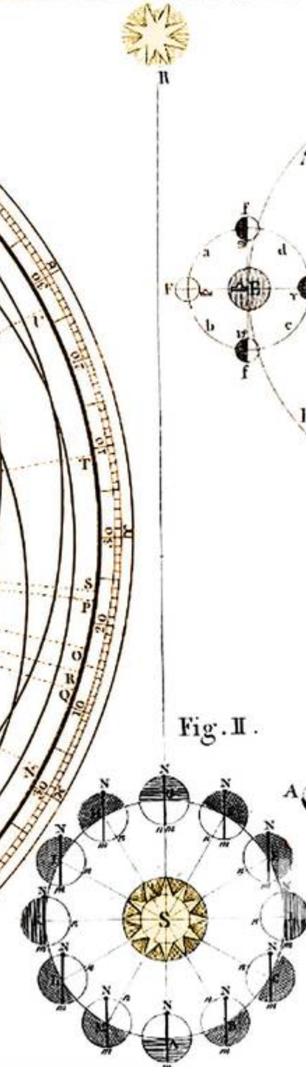


Fig. IIII.

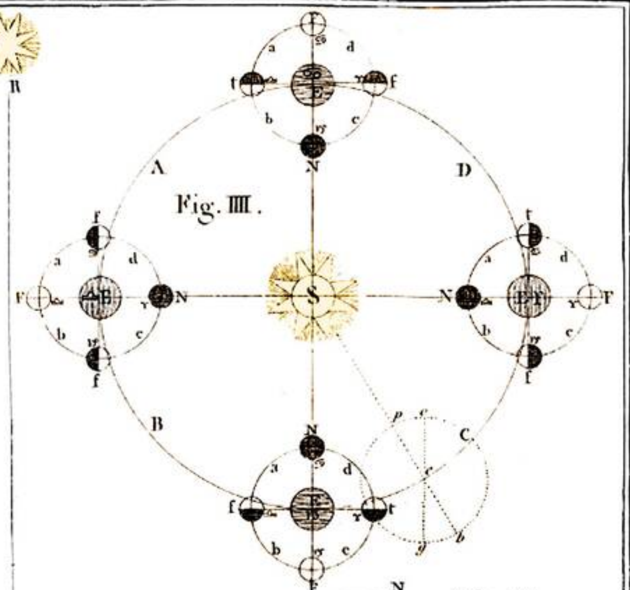
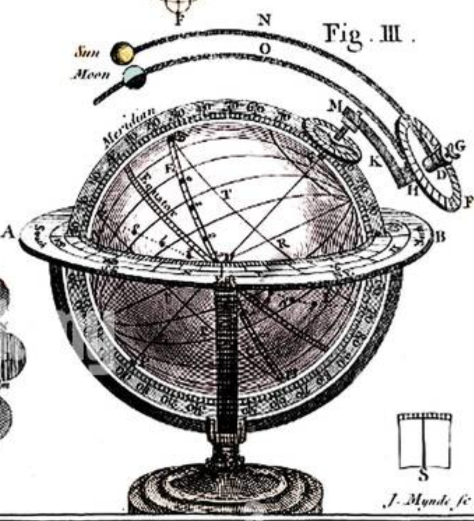


Fig. III.



J. Ferguson delin.

J. Mynde sc.