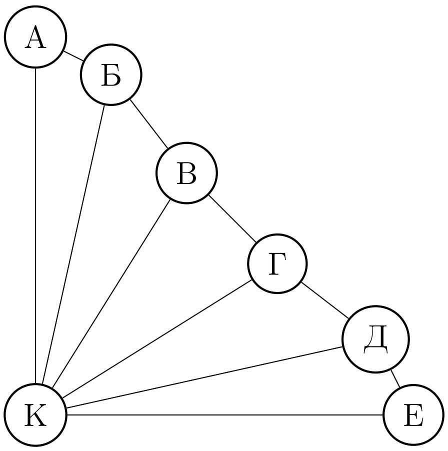
Задача #1

На графе приведена схема дорог, в таблице указаны их протяжённости,



№	1	2	3	4	5	6	7
1	–	3			4		
2	3	–			12	13	
3			–	10	11		
4			10	–	9		7
5	4	12	11	9	–	8	6
6		13			8	–	5
7				7	6	5	–

Граф и таблицу рисовали независимо, поэтому буквы и номера пунктов не расположены в одинаковом порядке. Определите сумму протяжённостей дорог из Б в В и из Г в Д. В ответе запишите целое число.

Задача #2

Гаусс заполнял таблицу истинности функции

$$\mathcal{F} = \neg(y \to (x \leftrightarrow w)) \wedge (z \to x),$$

				$\mathcal{F}$
	1	1		1
0			0	1
	0	1	0	1

но отвлёкся на очередное доказательство квадратичного закона взаимности даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y и z.

Закончите работу великого математика, определив, какому столбцу какая переменная соответствует. В ответе запишите 4 буквы в порядке следования столбцов слева направо; разделителей между буквами не требуется.

Задача #3

Для кодирования последовательностей, состоящих из букв Ы, Ь, Ъ, Ё и Ц, решили использовать префиксный код (у которого никакое из кодовых слов не является началом любого из остальных), чтобы обеспечить однозначность расшифровки сообщений. Для букв Ы, Ь и Ъ выбрали (двоичные) кодовые слова `00`, `01` и `11` соответственно. Коды оставшихся двух букв неизвестны.

Укажите кратчайшее возможное кодовое слово для буквы Ц. Если таких слов несколько, выберите то, у которого числовое значение является наименьшим.

Задача #4

Вы гуляли по полю и увидели на стене алгоритм:

- построй двоичную запись числа N;
- к этой записи добавь справа два разряда, получив их так:
  - сложи все цифры двоичной записи да исчисли остаток от деления суммы на два; допиши полученную цифру справа ($11100 \to 111001$);
  - проделай то же над получившейся двоичной записью. Пожалуйста, ну что тебе стоит!

На вход алгоритма подаётся натуральное число N, получаемое число названо буквой R (это написано на асфальте около стены, там же виднеются полустёртые остатки аксиом Пеано и этрусская надпись «Гöдель, за Гильберта Øтветиш!»).

Из подворотни рядом выходят 2^2 богатыря и просят назвать наименьшее значение N, для которого число $R > 77$. Отказать им затруднительно, поэтому укажите данное число, записав его в десятичной системе: во времена богатырей двоичная не была слишком популярна и за неё можно было получить промеж глаз кладенцом, а это бы несколько скомкало остаток вашей прогулки.

Задача #5

Все чётырёхбуквенные слова, в составе которых могут быть только буквы слова «МУРЕЛ», записаны в алфавитном (лексикографическом) порядке и пронумерованы, начиная с нуля. Ниже приведено начало списка:

0 РРРР

1 РРРЕ

2 РРРЛ

3 РРРМ

4 РРРУ

5 РРЕР

6 РРЛР

Под каким номером в списке идёт первое слово, начинающееся с буквы Е?

Задача #6

При регистрации на ru.mos каждому субъекту сопоставляется идентификатор, состоящий из 15 элементов следующего множества символов: A, B, C, D, E, F, G и Q. В базе данных для хранения сведений о каждом субъекте отведено одинаковое и минимальное целое число байтов. При этом используют посимвольное кодирование идентификаторов, всем символам соответствует одинаковое и минимально-необходимое количество битов. Кроме идентификатора для каждого субъекта система хранит дополнительные сведения, для которых отведено 24 байта на субъект. Определите объём памяти, необходимый для хранения сведений о населении города, в котором 10 жителей и у каждого есть кошка, также регистрируемая в качестве субъекта. Ответ выразите в байтах, округляя до ближайшего целого числа.

Задача #7

Значение выражения

$$3 \cdot 4^{38} + 2 \cdot 4^{23} + 4^{20} + 3 \cdot 4^{5} + 2 \cdot 4^{4} + 1$$

записали в шестнадцатиричной системе счисления. Сколько значащих нулей содержится в этой записи, если считать получившееся число целым?

Задача #8

Алгоритм вычисления функции $F(n), n \in \mathbb{N}$ задаётся следующими соотношениями:

- $F(1) = 1$,
- $F(n) = n + F(n-1)$ для $n = 0 \bmod 2$,
- $F(n) = 2 \cdot F(n-2)$ для $n = 1 \bmod 2, n > 1$.

Найдите $F(26)$.

Задача #9

На отдыхе два демона Максвелла играют в игру: они дополняют лежащую перед ними кучу энтропии. Игроки ходят по очереди, за ход любой игрок может либо добавить в кучу одну единицу энтропии, либо удвоить её существующее количество; запас своей энтропии у каждого демона бесконечен. Игра завершается когда количество энтропии в куче превысит 28; побеждает последний сделавший ход игрок. В начальный момент энтропия кучи – $0 < S < 29$ и почему-то она всегда принимает целочисленное значение.

Выигрышной называется стратегия, придерживаясь которой игрок выигрывает вне зависимости от ходов противника. Описание стратегии – ответы игрока на любой возможный ход противника; в описание выигрышной стратегии не входят ответы игрока, не являющиеся для него безусловно[1] выигрышными.

[1]То есть, выигрышными вне зависимости от ходов противника.

Укажите значение S, при котором начинающий игру демон не может выиграть за один ход, но его оппонент побеждает своим первым ходом при любом начальном ходе игры.

Задача #10

Ниже записан алгоритм. Укажите наибольшее целое число, при вводе которого алгоритм сначала выводит число 4, а затем – число 5.

```
#include <iostream>
using namespace std;

int main()
{
  int x, L = 0, Q = 9;

  cin >> x;

  while (x >= Q) {
    L += 1;
    x -= Q;
  }

  int M = x;
  if (M < L) {
    M = L;
    L = x;
  }

  cout << L << endl << M << endl;
  return 0;
}
```

```
#!/usr/bin/env python

x = int(input())
Q = 9
L = 0
```

```
while x >= Q:
  L = L + 1
  x = x - Q

M = x
if M < L:
  M = L
  L = x

print(L)
print(M)
```

Задача #11

Исполнитель преобразует число на экране: для этого у него есть две команды,

1 прибавить 1,

2 умножить на 2.

Программа для исполнителя – последовательность номеров команд. Траектория программы – это последовательность получающихся на экране чисел.

Сколько существует различных программ, при которых для исходного числа 1 конечным результатом является число 20 и при этом траектория программы содержит число 10?

Задача #12

Пусть $M(a)$ – сумма минимального и максимального делителей целого числа a, не учитывая тривиальных делителей: 1 и a. Если нетривиальные делители отсутствуют, $M(a) = 0$.

Напишите программу, перебирающую целые числа, большие 700000, в порядке возрастания и ищущую среди них те a, у которых $M(a)$ оканчивается на 8. Выведите первые пять найденных пар $a, M(a)$.