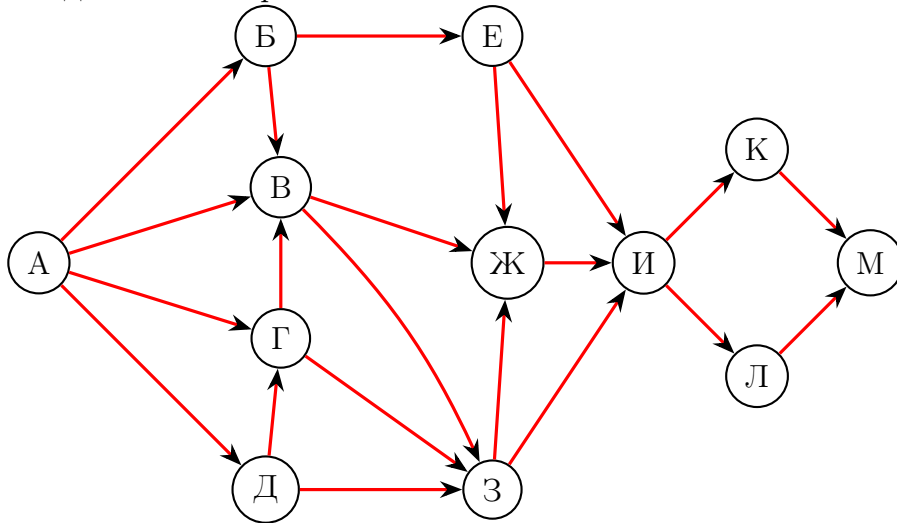




Задача #1

На направленном графе приведена полная схема межгалактических «кратчайших ходов» в некоторой Вселенной:



стрелки указывают направления движения, оно – одностороннее.

Дать максимальную обоснованную оценку количества различных путей из области А в область М, проходящих через область В и не выходящих за пределы данной Вселенной.

Задача #2

На числовой прямой изображены два отрезка: $D = [17, 58]$ и $C = [29, 80]$. У вас чешутся руки подрисовать третий отрезок, A , для которого для любого x будет истинно логическое выражение

$$(x \in D) \rightarrow ((\neg(x \in C) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in D)),$$

но краска стоит денег, а вы разумно-бережливы. Укажите наименьшую возможную длину рисуемого вами отрезка.

Задача #3

На отдыхе два демона Максвелла всё ещё играют в игру: они увеличивают энтропию в обслуживаемой ими Вселенной. Игроки ходят по очереди,



за ход любой игрок может либо добавить одну единицу энтропии, либо удвоить её существующее количество; запас собственной энтропии у каждого демона бесконечен и не находится в пределах их игровой Вселенной. Игра завершается когда количество энтропии во Вселенной превысит 28; побеждает последний сделавший ход игрок. В начальный момент энтропия $- 0 < S < 29$ и почему-то она всегда принимает целочисленное значение.

Выигрышной называется стратегия, придерживаясь которой игрок выигрывает вне зависимости от ходов противника. Описание стратегии – ответы игрока на любой возможный ход противника; в описание выигрышной стратегии не входят ответы игрока, не являющиеся для него безусловно¹ выигрышными.

Укажите два значения S , при которых у начинающего игру демона есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются следующие условия:

- первый демон не может выиграть за один ход;
- он может выиграть своим вторым ходом вне зависимости от действий своего оппонента.

Найденные значения энтропии запишите в порядке неубывания.

Задача #4

Для демонов из предыдущего задания найдите значение начальной энтропии Вселенной, при котором выполняются оба условия:

- у второго демона есть выигрышная стратегия, позволяющая выиграть первым или вторым ходом при любой игре его напарника;
- гарантированной стратегии выигрыша первым ходом у второго демона нет.

Если подходящих вариантов несколько, найдите минимальное из значений начальной энтропии.

¹То есть, выигрышными вне зависимости от ходов противника.



Задача #5

ВОН² раз в неделю создаёт архив пользовательских файлов, выбирая наугад один файл у каждого пользователя, а остальные – просто уничтожая. Однако объём диска для архивирования может быть меньше, чем суммарный объём архивируемых файлов, до изобретения же архиваторов с коэффициентом сжатия больше единицы ещё примерно 100 триллионов лет и принято решение этого не дожидаться, а не помещающиеся файлы – тоже удалять, но на следующий день. Объём, занимаемый выбранными ВОН-ом файлами пользователей, известен.

Напишите программу, которая по заданной информации об отобранных файлах пользователей и свободном месте на архивном диске выясняет максимальное число пользователей, чьи файлы могут быть архивированы, и размер наибольшего из сохраняемых при этом файлов.

Входной файл для вашей программы состоит из двух частей:

- в первой строке два натуральных числа: $S \leq 10000$ – размер свободного места на диске, $N \leq 100$ – количество пользователей.
- в последующих N строках находятся объёмы каждого из выбранных пользовательских файлов, $V_i \leq 100$.

Пример:

```
100 4
80
30
50
40
```

При этих исходных данных можно сохранить максимум данные двух пользователей. Их возможные объёмы: (30, 40), (30, 50), (40, 50). Вывод вашей программы в этом случае должен быть таким: 250.

Задача #6

Текстовые файлы состоят из символов S , P , Q , R ³: они достались вам в наследство от предков-римлян.

²Такая разновидность системных администраторов.

³Senātus Populusque Rōmānus



Написать программу, определяющую максимальную длину последовательности символов, в которой нет идущих подряд⁴ символов P . Имя входного файла указывается в командной строке.

Задача #7

В файле содержится разделяемая пробельными символами и переводами строк последовательность целых чисел из диапазона $[-10000, 10000]$.

Напишите программу, определяющую

- количество пар элементов последовательности⁵, хотя бы один из элементов которой нацело делится на три;
- максимальное значение суммы элементов таких пар.

Выведите последовательно оба найденных числа.

Пример: последовательность 6 2 9 – 3 6 порождает ответ 4 11.

Задача #8

Терминатор T-800 получает на вход строку цифр и преобразует её. Применяемый в T-800 процессор, MOS 6502, не слишком мощен, поэтому Терминатор выполняет только две команды, в которых v и w обозначают цепочки чисел, а сами команды работают над глобально-хранимой в бесконечной памяти Skynet строкой:

- **заменить**(v, w): заменяет в строке первое вхождение цепочки v на цепочку w ; если вхождения не найдено, строка не модифицируется;
- **нашлось**(v): отправляет в Яндекс строку, просит поискать в ней цепочку v , возвращает логическое значение, отражающее результат поиска. Яндекс предполагается божественным и работающим всегда/везде, строка от поиска в ней никак не изменится, тем более хранящаяся в Skynet.

⁴«подряд» – «больше одного вместе».

⁵«пара» – любые два идущих подряд элемента.



Начальную версию строки T-800 постоянно кто-то подкидывает на вход, что инициирует преобразование⁶.

Ваша модель Терминатора русифицирована, так что программируют её на забавном языке (хоть в систему «Школьница» добавляй). Конструкция

```
ПОКА условие
  последовательность команд
КОНЕЦ ПОКА
```

обозначает цикл, выполняющийся до тех пор, пока условие истинно. В конструкции

```
ЕСЛИ условие
  ТО команда-1
  ИНАЧЕ команда-2
КОНЕЦ ЕСЛИ
```

при истинности условия выполняется команда-1, иначе⁷ – команда-2.

Какая строка получится у T-800, если T-1000 ему передаёт последовательность, состоящую из 70 идущих подряд цифр 8, а прошивка T-800 выглядит так:

```
НАЧАЛО
ПОКА нашлось(2222) ИЛИ нашлось(8888)
  ЕСЛИ нашлось(2222)
    ТО заменить(2222, 88)
    ИНАЧЕ заменить(8888, 22)
  КОНЕЦ ЕСЛИ
КОНЕЦ ПОКА
КОНЕЦ
```

В ответе запишите полученную строку.

Задача #9

Хулиган Арнольд Ш., при пособничестве губернатора Калифорнии, Конанаварвара и какой-то матери (кажется, Сары, а, может, Sinéad), перепрошил T-800 следующим кодом:

⁶Поэтому сиквелов и приквелов у фильма достаточно.

⁷Действие принципа исключённого третьего не гарантируется.



НАЧАЛО

ПОКА нашлось(22) ИЛИ нашлось(88)

ЕСЛИ нашлось(8888)

ТО заменить(888, 8888888)

ИНАЧЕ заменить(8, 222)

КОНЕЦ ЕСЛИ

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

бормоча под нос «Идём со мной, если хочешь праздника!»⁸

Какая теперь строка получится у Т-800 при встрече с Т-1000, передающим ему последовательность, состоящую из 71 идущей подряд цифры 8? В ответе записывать полученную строку не нужно.

ЕСЛИ...КОНЕЦ...ПОКА...Концы – в воду! ПОКА – КОНЕЦ

⁸ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ ЛЕКАРСТВЕННЫМ СРЕДСТВОМ! ЧРЕЗМЕРНОЕ УПОТРЕБЛЕНИЕ МОЖЕТ ПОВРЕДИТЬ ВАШЕМУ ЗДОРОВЬЮ.